

Risolvere la seguente equazione esponenziale

$$\sqrt[1-x]{4} = \sqrt[1-3x]{2}$$

Ricordiamo che i radicali hanno senso solo se gli indici sono interi positivi; quindi deve essere:
 $1-x \in \mathbb{N}$ e $1-3x \in \mathbb{N}$

Riduciamo tutto alla potenza del 2:

$$\sqrt[1-x]{2^2} = \sqrt[1-3x]{2^1} \rightarrow$$

ricordiamo la formula:

$$\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$$

$$2^{\frac{2}{1-x}} = 2^{\frac{1}{1-3x}} \rightarrow \frac{2}{1-x} = \frac{1}{1-3x} \rightarrow$$

condizioni:

$$1-x \neq 0 \rightarrow x \neq 1$$
$$1-3x \neq 0 \rightarrow x \neq \frac{1}{3}$$

dopo aver imposto le condizioni, possiamo fare il m.c.m.

$$\frac{2(1-3x)}{\cancel{(1-x)}\cancel{(1-3x)}} = \frac{1-x}{\cancel{(1-x)}\cancel{(1-3x)}} \rightarrow 2 \cdot 6x = 1-x \rightarrow 1 = 5x \rightarrow$$

$$x = \frac{1}{5}$$

tutto bene? **NO!**

Questa soluzione non è accettabile; infatti c'è la condizione che gli indici devono essere numeri naturali (interi e positivi):

il primo indice diventa: $1-x = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$ non è intero!

questo basta per affermare che la soluzione non è accettabile.

Per completezza, calcoliamo anche il secondo indice:

$$1-3x = 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5} \text{ non è intero!}$$

